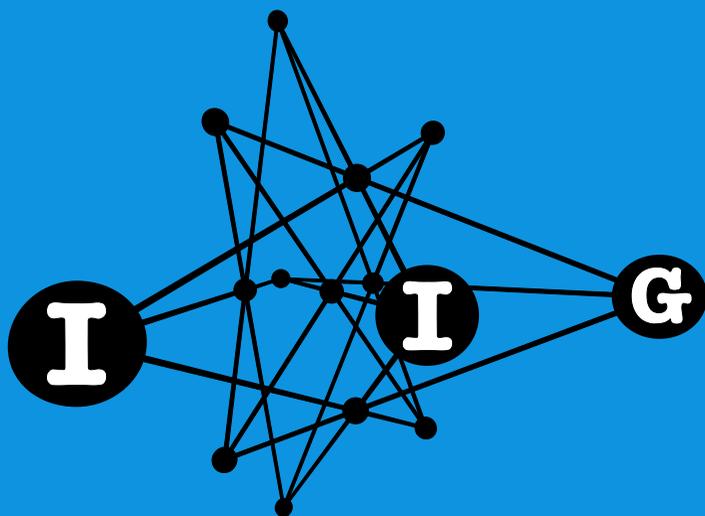


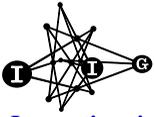
# Innovations in Incidence Geometry

Algebraic, Topological and Combinatorial



Sur un article précédent :  
« Étude de certains espaces métriques »

Jacques Tits



**Sur un article précédent :**  
**« Étude de certains espaces métriques »**

Jacques Tits

[17] Originally published in *Bull. Soc. Math. Belg.* **6** (1953), 126–127. Reused with permission.

**Sur un article précédent :**  
**« Étude de certains espaces métriques » ,**

par J. TITS  
 Chercheur qualifié du F. N. R. S.

Le but de cette note est d'apporter quelques corrections à notre article « Étude de certains espaces métriques » paru dans ce Bulletin (\*), et désigné ci-après par [M] ; nous en conserverons les notations.

— Au n° 4 de [M] nous avons énuméré les couples  $R, G$  formés d'un espace topologique  $R$  de dimension finie et d'un groupe  $G$  d'homéomorphismes de  $R$  satisfaisant aux axiomes A, B, D du n° 2. Cette énumération est cependant incomplète et présente une inexactitude : les transformations  $y = ax^p + b$  de l'alinéa  $0_2$ ) ne forment pas groupe ; nous allons indiquer ici les modifications qu'il y a lieu d'y apporter.

Soient  $\mathcal{E}_i$  ( $i = 7, 8$ ) l'espace euclidien réel à  $i$  dimensions,  $p_i$  un point donné de cet espace,  $\mathcal{S}_i$  une sphère (à  $i - 1$  dimensions) de centre  $p_i$  dans  $\mathcal{E}_i$ ,  $\mathcal{P}_i$  l'espace (à  $i - 1$  dimensions) des points à l'infini de  $\mathcal{E}_i$ ,  $\Gamma_i^+$  le groupe des rotations de  $\mathcal{E}_i$  autour de  $p_i$ , qui conservent un spineur donné de  $\mathcal{E}_i$  si  $i = 7$  et un semi-spineur donné de  $\mathcal{E}_i$  si  $i = 8$  (1),  $\Gamma_7$  le groupe engendré par  $\Gamma_7^+$  et par la symétrie de  $\mathcal{E}_7$  par rapport à  $p_7$ , et enfin  $\Delta_i^+$  (resp.  $\Delta_7$ ) le groupe engendré par  $\Gamma_i^+$  (resp.  $\Gamma_7$ ) et par les translations de  $\mathcal{E}_i$  (resp.  $\mathcal{E}_7$ ). Le groupe  $\Gamma_i^+$  (resp.  $\Gamma_7$ ) induit sur la sphère  $\mathcal{S}_i$  (resp.  $\mathcal{S}_7$ ) et sur l'espace  $\mathcal{P}_i$  des groupes de transformations que nous désignerons encore par  $\Gamma_i^+$  (resp.  $\Gamma_7$ ). Cela étant, les paires suivantes

- (1)  $R = \mathcal{E}_7, G = \Delta_7$  ou  $\Delta_7^+$  ;
- (2)  $R = \mathcal{S}_7, G = \Gamma_7$  ou  $\Gamma_7^+$  ;
- (3)  $R = \mathcal{P}_7, G = \Gamma_7^+$  ;
- (4)  $R = \mathcal{E}_8, G = \Delta_8^+$  ;
- (5)  $R = \mathcal{S}_8, G = \Gamma_8^+$  ;
- (6)  $R = \mathcal{P}_8, G = \Gamma_8^+$  ;

(\*) *Bull. Soc. Math. de Belgique*, Année 1952 (publié en 1953).

(1) Cf. E. CARTAN, *Leçons sur la théorie des spineurs. II. Actualités Sci. et Ind.*, n° 701. Paris, Hermann, 1938.

— 127 —

satisfont aux axiomes A, B, D du n° 2 de [M]. De façon plus précise, on obtient l'énumération complète des couples R, G formés d'un espace topologiques R <sup>(1)</sup> et d'un groupe complet <sup>(2)</sup> G d'homéomorphismes de R, satisfaisant aux axiomes A, B, C, en remplaçant dans l'énumération du n° 4 de [M] les couples 0<sub>1</sub>) et 0<sub>2</sub>) par les couples (1) à (6) ci-dessus.

Notons que les couples 0<sub>1</sub>) du n° 4 de [M] ne sont autres que les couples (1) décrits plus haut.

— Les couples (1), (4), (5) et (6) définis plus haut satisfont à l'axiome D<sub>2</sub> énoncé au n° 2 de [M] ; parmi eux, le couple (4) satisfait aussi à l'axiome D<sub>3</sub>. Il en résulte que la proposition du n° 6 de [M] n'est valable que si on suppose la dimension de R différente de 7 et 8. De façon plus précise, on peut énoncer la proposition suivante :

*Soient R un espace topologique et G un groupe complet d'homéomorphismes de R satisfaisant aux axiomes A, B, D et D<sub>2</sub>. R a alors une structure d'espace de Riemann à courbure constante et G est le groupe de toutes les isométries de cet espace, sauf peut-être si R est un espace euclidien, elliptique ou sphérique à 7 dimensions, ou un espace euclidien à 8 dimensions, auquel cas G peut être un sous-groupe propre du groupe de toutes les isométries de R.*

Pour pouvoir assurer dans tous les cas que G est le groupe de toutes les isométries de R, il suffit, par exemple, de faire l'hypothèse supplémentaire qu'il satisfait aux axiomes D<sub>3</sub> et D<sub>4</sub> du n° 2 de [M].

---

<sup>(1)</sup> Ainsi que nous l'avions déjà laissé à entendre dans [M] (cf. p. 48), l'hypothèse de dimension finie est superflue.

<sup>(2)</sup> Cf. [M], note (5).

# Innovations in Incidence Geometry

[msp.org/iig](http://msp.org/iig)

## MANAGING EDITOR

Tom De Medts	Ghent University <a href="mailto:tom.demedts@ugent.be">tom.demedts@ugent.be</a>
Linus Kramer	Universität Münster <a href="mailto:linus.kramer@wwu.de">linus.kramer@wwu.de</a>
Klaus Metsch	Justus-Liebig Universität Gießen <a href="mailto:klaus.metsch@math.uni-giessen.de">klaus.metsch@math.uni-giessen.de</a>
Bernhard Mühlherr	Justus-Liebig Universität Gießen <a href="mailto:bernhard.m.muehlherr@math.uni-giessen.de">bernhard.m.muehlherr@math.uni-giessen.de</a>
Joseph A. Thas	Ghent University <a href="mailto:thas.joseph@gmail.com">thas.joseph@gmail.com</a>
Koen Thas	Ghent University <a href="mailto:koen.thas@gmail.com">koen.thas@gmail.com</a>
Hendrik Van Maldeghem	Ghent University <a href="mailto:hendrik.vanmaldeghem@ugent.be">hendrik.vanmaldeghem@ugent.be</a>

## HONORARY EDITORS

Jacques Tits  
Ernest E. Shult †

## EDITORS

Peter Abramenko	University of Virginia
Francis Buekenhout	Université Libre de Bruxelles
Philippe Cara	Vrije Universiteit Brussel
Antonio Cossidente	Università della Basilicata
Hans Cuypers	Eindhoven University of Technology
Bart De Bruyn	University of Ghent
Alice Devillers	University of Western Australia
Massimo Giulietti	Università degli Studi di Perugia
James Hirschfeld	University of Sussex
Dimitri Leemans	Université Libre de Bruxelles
Oliver Lorscheid	Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA)
Guglielmo Lunardon	Università di Napoli “Federico II”
Alessandro Montinaro	Università di Salento
James Parkinson	University of Sydney
Antonio Pasini	Università di Siena (emeritus)
Valentina Pepe	Università di Roma “La Sapienza”
Bertrand Rémy	École Polytechnique
Tamás Szonyi	ELTE Eötvös Loránd University, Budapest

## PRODUCTION

Silvio Levy (Scientific Editor)  
[production@msp.org](mailto:production@msp.org)

---

See inside back cover or [msp.org/iig](http://msp.org/iig) for submission instructions.

---

The subscription price for 2019 is US \$275/year for the electronic version, and \$325/year (+\$20, if shipping outside the US) for print and electronic. Subscriptions, requests for back issues and changes of subscriber address should be sent to MSP.

---

Innovations in Incidence Geometry: Algebraic, Topological and Combinatorial (ISSN 2640-7345 electronic, 2640-7337 printed) at Mathematical Sciences Publishers, 798 Evans Hall #3840, c/o University of California, Berkeley, CA 94720-3840 is published continuously online. Periodical rate postage paid at Berkeley, CA 94704, and additional mailing offices.

---

IIG peer review and production are managed by EditFlow® from MSP.

PUBLISHED BY

 **mathematical sciences publishers**

**nonprofit scientific publishing**

<http://msp.org/>

© 2019 Mathematical Sciences Publishers

# Innovation in Incidence Geometry

Vol. 16 No. 1

2018

Complement to the Collected Works of  
Jacques Tits

edited by Bernhard Mühlherr and Hendrik Van Maldeghem

This volume contains 31 writings of Jacques Tits that were not included in his four-volume *Œuvres – Collected Works*, published by the European Mathematical Society in 2013 in the series *Heritage of European Mathematics*.

