Innovations in
Incidence Geometry

Algebraic, Topological and Combinatorial

Sur un article précédent : « Étude de certains espaces métriques »

Jacques Tits

msp

Vol. 16 No. 1 2018

Innovations in Incidence Geometry
Algebraic, Topological and Combinatorial

vol. 16, no. 1, 2018
dx.doi.org/10.2140/iig.2018.16.47

msp

Sur un article précédent : « Étude de certains espaces métriques »

Jacques Tits

[17] Originally published in *Bull. Soc. Math. Belg.* **6** (1953), 126–127. Reused with permission.

Sur un article précédent : « Étude de certains espaces métriques »,

par J. TITS
Chercheur qualifié du F. N. R. S.

Le but de cette note est d'apporter quelques corrections à notre article « Étude de certains espaces métriques » paru dans ce Bulletin (*), et désigné ci-après par [M] ; nous en conserverons les notations.

— Au n° 4 de [M] nous avons énuméré les couples R, G formés d'un espace topologique R de dimension finie et d'un groupe G d'homéomorphismes de R satisfaisant aux axiomes A, B, D du n° 2. Cette énumération est cependant incomplète et présente une inexactitude : les transformations $y = ax^p + b$ de l'alinéa 0_2) ne forment pas groupe ; nous allons indiquer ici les modifications qu'il y a lieu d'y apporter.

Soient $\mathcal{E}_i$ ($i = 7, 8$) l'espace euclidien réel à i dimensions, p_i un point donné de cet espace, $\mathcal{S}_i$ une sphère (à $i-1$ dimensions) de centre p_i dans $\mathcal{E}_i$, $\mathcal{P}_i$ l'espace (à $i-1$ dimensions) des points à l'infini de $\mathcal{E}_i$, Γ_i^+ le groupe des rotations de $\mathcal{E}_i$ autour de p_i, qui conservent un spineur donné de $\mathcal{E}_i$ si $i = 7$ et un semi-spineur donné de $\mathcal{E}_i$ si $i = 8$ (1), Γ_7 le groupe engendré par Γ_7^+ et par la symétrie de $\mathcal{E}_7$ par rapport à p_7, et enfin Δ_i^+ (resp. Δ_7) le groupe engendré par Γ_i^+ (resp. Γ_7) et par les translations de $\mathcal{E}_i$ (resp. $\mathcal{E}_7$). Le groupe Γ_i^+ (resp. Γ_7) induit sur la sphère $\mathcal{S}_i$ (resp. $\mathcal{S}_7$) et sur l'espace $\mathcal{P}_i$ des groupes de transformations que nous désignerons encore par Γ_i^+ (resp. Γ_7). Cela étant, les paires suivantes

(1) $R = \mathcal{E}_7$, $G = \Delta_7$ ou Δ_7^+ ;
(2) $R = \mathcal{S}_7$, $G = \Gamma_7$ ou Γ_7^+ ;
(3) $R = \mathcal{P}_7$, $G = \Gamma_7^+$;
(4) $R = \mathcal{E}_8$, $G = \Delta_8^+$;
(5) $R = \mathcal{S}_8$, $G = \Gamma_8^+$;
(6) $R = \mathcal{P}_8$, $G = \Gamma_8^+$;

(*) *Bull. Soc. Math. de Belgique*, Année 1952 (publié en 1953).
(1) Cf. E. CARTAN, Leçons sur la théorie des spineurs. II. Actualités Sci. et Ind., n° 701. Paris, Hermann, 1938.

satisfont aux axiomes A, B, D du n° 2 de [M]. De façon plus précise, *on obtient l'énumération complète des couples* R, G *formés d'un espace topologiques* R [1] *et d'un groupe complet* [2] G *d'homéomorphismes de* R, *satisfaisant aux axiomes* A, B, C, *en remplaçant dans l'énumération du n° 4 de* [M] *les couples* 0_1) *et* 0_2) *par les couples* (1) *à* (6) *ci-dessus.*

Notons que les couples 0_1) du n° 4 de [M] ne sont autres que les couples (1) décrits plus haut.

— Les couples (1), (4), (5) et (6) définis plus haut satisfont à l'axiome D_2 énoncé au n° 2 de [M] ; parmi eux, le couple (4) satisfait aussi à l'axiome D_3. Il en résulte que la proposition du n° 6 de [M] n'est valable que si on suppose la dimension de R différente de 7 et 8. De façon plus précise, on peut énoncer la proposition suivante :

Soient R *un espace topologique et* G *un groupe complet d'homéhomorphismes de* R *satisfaisant aux axiomes* A, B, D et D_2. R *a alors une structure d'espace de Riemann à courbure constante et* G *est le groupe de toutes les isométries de cet espace, sauf peut-être si* R *est un espace euclidien, elliptique ou sphérique à* 7 *dimensions, ou un espace euclidien à* 8 *dimensions, auquel cas* G *peut être un sous-groupe propre du groupe de toutes les isométries de* R.

Pour pouvoir assurer dans tous les cas que G est le groupe de toutes les isométries de R, il suffit, par exemple, de faire l'hypothèse supplémentaire qu'il satisfait aux axiomes D_3 et D_4 du n° 2 de [M].

---

[1] Ainsi que nous l'avions déjà laissé à entendre dans [M] (cf. p. 48), l'hypothèse de dimension finie est superflue.

[2] Cf. [M], note (5).

Innovations in Incidence Geometry

msp.org/iig

See inside back cover or msp.org/iig for submission instructions.

The subscription price for 2019 is US $275/year for the electronic version, and $325/year (+$20, if shipping outside the US) for print and electronic. Subscriptions, requests for back issues and changes of subscriber address should be sent to MSP.

Innovations in Incidence Geometry: Algebraic, Topological and Combinatorial (ISSN 2640-7345 electronic, 2640-7337 printed) at Mathematical Sciences Publishers, 798 Evans Hall #3840, c/o University of California, Berkeley, CA 94720-3840 is published continuously online. Periodical rate postage paid at Berkeley, CA 94704, and additional mailing offices.

IIG peer review and production are managed by EditFlow® from MSP.

PUBLISHED BY

mathematical sciences publishers

nonprofit scientific publishing

http://msp.org/

Innovation in Incidence Geometry

Vol. 16 No. 1 2018

Complement to the Collected Works of Jacques Tits

edited by Bernhard Mühlherr and Hendrik Van Maldeghem

This volume contains 31 writings of Jacques Tits that were not included in his four-volume *Œuvres – Collected Works*, published by the European Mathematical Society in 2013 in the series Heritage of European Mathematics.