Innovations in Incidence Geometry

Algebraic, Topological and Combinatorial

Homomorphismes et automorphismes “abstraits” de groupes algébriques et arithmétiques

Jacques Tits

msp

Vol. 16 No. 1 2018

Innovations in Incidence Geometry **vol. 16, no. 1, 2018**
Algebraic, Topological and Combinatorial dx.doi.org/10.2140/iig.2018.16.235
msp

Homomorphismes et automorphismes "abstraits" de groupes algébriques et arithmétiques

Jacques Tits

[87] Originally published in *Actes du Congrès International des Mathématiciens 1970*, vol. 2, Gauthier-Villars, Paris (1971), 349–355. Reused with permission.

Actes, Congrès intern. Math., 1970. Tome 2, p. 349 à 355.

HOMOMORPHISMES ET AUTOMORPHISMES "ABSTRAITS" DE GROUPES ALGÉBRIQUES ET ARITHMÉTIQUES

par J. TITS

1. – En 1928, O. Schreier et B.L. van der Waerden ont déterminé tous les automorphismes du groupe projectif spécial (ou "unimodulaire") $PSL_n(K)$ sur un corps commutatif K, et ont montré qu'à deux exceptions près ($PSL_2(\mathbf{F}_4) \cong PSL_2(\mathbf{F}_5)$ et $PSL_2(\mathbf{F}_7) \cong PSL_3(\mathbf{F}_2)$) l'isomorphisme de $PSL_n(K)$ et $PSL_{n'}(K')$ entraîne $n = n'$ et $K = K'$. Par la suite, de nombreux travaux ont été consacrés, par J. Dieudonné et d'autres, à l'étude des automorphismes de groupes classiques et des isomorphismes entre groupes classiques de "provenance" différente. Le chapitre IV de [8] donnait l'état de la question en 1963. Depuis lors, de nouveaux progrès ont été réalisés et le champ des recherches a été élargi, notamment par l'introduction d'anneaux de base plus généraux (au lieu des corps), le passage des groupes classiques aux groupes algébriques simples (et, corrélativement, la recherche de démonstrations "générales", ne faisant pas intervenir la classification) et la prise en considération d'homomorphismes non nécessairement surjectifs. Le présent exposé vise à donner une vue d'ensemble des principaux résultats obtenus dans ces divers domaines.

2. – Les problèmes envisagés ici peuvent aussi être vus dans la perspective d'un résultat de H. Freudenthal qui a montré, en 1941 [11], que la topologie d'un groupe de Lie absolument simple (c'est-à-dire simple et dont l'algèbre de Lie reste simple lorsqu'on la tensorise par C) est entièrement déterminée par sa structure de groupe "abstrait" (pour le cas compact, voir aussi [5], [29]). La question analogue qui se pose naturellement dans le cas d'un groupe algébrique $\mathfrak{G}$, disons sur un corps K, est de savoir si le groupe $\mathfrak{G}(K)$ de ses points rationnels sur K "porte en lui la donnée du corps K et de la structure d'ensemble algébrique de $\mathfrak{G}$", c'est-à-dire si tout isomorphisme (éventuellement soumis à certaines restrictions) $\alpha : \mathfrak{G}(K) \to \mathfrak{G}'(K')$ de $\mathfrak{G}(K)$ sur un groupe de même nature est "induit par un isomorphisme $\sigma : K \to K'$ et par un K-isomorphisme de groupes algébriques $\mathfrak{G} \to \mathfrak{G}'$, une fois K' identifié à K par σ".

3. – Précisons et généralisons ce dernier énoncé. Soient K, K' deux corps commutatifs, ${}_K\mathfrak{G}$ (resp. ${}_{K'}\mathfrak{G}'$) un schéma en groupes sur K (resp. K') et H (resp. H') un sous-groupe de ${}_K\mathfrak{G}(K)$ (resp. ${}_{K'}\mathfrak{G}'(K')$). Pour tout homomorphisme de corps $\sigma : K \to K'$, notons ${}^{\sigma}{}_K\mathfrak{G}$ le schéma en groupes sur K' déduit de ${}_K\mathfrak{G}$ par le changement de base σ et σ_* l'homomorphisme canonique ${}_K\mathfrak{G}(K) \to {}^{\sigma}{}_K\mathfrak{G}(K')$. Nous

dirons, par abus de langage, qu'un homomorphisme $\alpha : H \to H'$ est *semi-algébrique* s'il existe σ et un K'-homomorphisme $\varphi : {}^{\sigma}{}_{K}\mathcal{G} \to {}_{K'}\mathcal{G}'$ tel que

$$(1) \qquad \alpha = \varphi(K') \circ \sigma_{*}|_{H}$$

(cette notion est évidemment relative à la donnée de K, K', ${}_{K}\mathcal{G}$, ${}_{K'}\mathcal{G}'$ et des inclusions $H \subset {}_{K}\mathcal{G}(K)$ et $H' \subset {}_{K'}\mathcal{G}(K')$). Le contenu principal de presque tous les résultats qui font l'objet de cet exposé répond au schéma suivant : on considère certains types de schémas en groupes semi-simples (v. à ce sujet le n° 11) et certains types de sous-groupes H, H' et on montre que, pour tout homomorphisme $\beta : H \to H'$ soumis éventuellement à certaines conditions,

(*) *il existe un unique homomorphisme semi-algébrique* $\alpha : H \to H'$ *et un unique homomorphisme* χ *de* H *dans le centre de* H' *tels que* $\beta(h) = \alpha(h) . \chi(h)$ *pour tout* $h \in H$.

Cette assertion, lorsqu'elle est vraie, ne résoud pas entièrement le problème de la détermination des homomorphismes "abstraits" β, puisqu'il faut encore, notamment, déterminer pour tout $\sigma : K \to K'$ les homomorphismes algébriques $\varphi : {}^{\sigma}{}_{K}\mathcal{G} \to {}_{K'}\mathcal{G}'$ et rechercher parmi eux ceux pour lesquels l'homomorphisme α défini par (1) envoie H dans H'. Ces questions, qui ne sont pas toujours faciles, ont été résolues de façon assez satisfaisante dans la plupart des cas où on a pu établir (*). Toutefois, nous laisserons de côté cet aspect des choses, de même que certains résultats annexes, concernant par exemple les précisions que l'on peut apporter sur α et χ lorsqu'on suppose que β est un isomorphisme, ou encore la question de savoir dans quelle mesure α détermine σ et φ. A propos de cette dernière, remarquons seulement que si K' est un corps parfait de caractéristique $p \neq 0$, α ne change pas lorsqu'on remplace σ et φ respectivement par l'homomorphisme $\sigma' : x \to \sigma(x)^{1/p}$ et par $\varphi \circ \mathrm{Fr}$ où $\mathrm{Fr} : {}^{\sigma'}{}_{K}\mathcal{G} \to {}^{\sigma}{}_{K}\mathcal{G}$ désigne le morphisme de Frobenius.

4. – Les travaux dont il est rendu compte dans les n^{os} 5 à 7 ont trait à des *anneaux de base* : on se donne au départ des anneaux intègres R, R', ayant K, K' pour corps des quotients, et des schémas en groupes $\mathcal{G}$, $\mathcal{G}'$ sur R, R' qui deviennent ${}_{K}\mathcal{G}$, ${}_{K'}\mathcal{G}'$ par extension des scalaires, et on suppose que $H \subset \mathcal{G}(R)$, $H' \subset \mathcal{G}'(R')$ (sauf toutefois dans la situation envisagée en 7.1). Disons alors qu'un homomorphisme $\alpha : H \to H'$ est *semi-entier* s'il existe $\sigma : R \to R'$ et $\varphi : {}^{\sigma}\mathcal{G} \to \mathcal{G}'$ tels qu'on ait (1). Dans certains cas, par exemple ceux considérés ci-dessous en 5 (cf. [13], [14]) et en 7.2 (cf. [2], théorème 4.3), on peut préciser l'assertion (*) en y remplaçant "semi-algébrique" par "semi-entier".

Anneaux intègres quelconques.

5. – Soit $R = R'$ un anneau intègre quelconque. Soit $\mathcal{G} = \mathcal{G}'$ le (schéma en) groupe (s) linéaire général $\mathcal{GL}$ ou spécial $\mathcal{SL}$ d'un R-module libre de rang fini $\geqslant 3$, ou le groupe symplectique $\mathcal{S}p$ d'un module libre de rang pair fini $\geqslant 4$ muni d'une forme alternée *standard*, et soit $H = H'$ le groupe $\mathcal{G}(R)$ lui-même ou le sous-groupe $T\mathcal{G}(R)$ engendré par les transvections. Alors ([13], [14], [17]), *tout automorphisme* β *de* H *possède la propriété* (*).

Le rapporteur a été informé de ce que O.T. O'Meara et son école ont généralisé ce résultat dans diverses directions : substitution de modules "bornés" (sous-modules de modules libres de type fini) quelconques aux modules libres (pour les groupes $\mathfrak{GL}$ et $\mathfrak{SL}$ d'un tel module sur un anneau de Dedekind, cf. aussi [13]) ; extension à d'autres schémas en groupes $\mathfrak{G}$ ($\mathfrak{PGL}, \mathfrak{PSL}, \mathfrak{PSp}$) et à des sous-groupes H de congruence (pour le cas d'un anneau de Dedekind, cf. aussi [18]) ; pour certains types de groupes, généralisation à des isomorphismes (au lieu d'automorphismes).

Anneaux locaux et anneaux arithmétiques.

6. – Soient R un anneau intègre de caractéristique $\neq 2$ et K son corps des quotients. Supposons remplie l'une des conditions suivantes :

(G) K est un corps global (extension finie de $\mathbf{Q}$ ou d'un corps $\mathbf{F}_p(t)$), S un ensemble fini de places de K contenant toutes les places à l'infini (places archimédiennes) et R l'intersection des anneaux de valuation des places n'appartenant pas à S ;

(L) R est un anneau local.

Soit M un R-module "borné" (cf. n° 5) de rang $n \geqslant 7$, $n \neq 8$, muni d'une forme quadratique Q non-dégénérée (i.e. restriction d'une forme quadratique non dégénérée sur l'espace vectoriel $M \otimes K$). Soient $\mathfrak{G}$ le "groupe orthogonal" $\mathfrak{O}(M, Q)$ (1) et H un sous-groupe de $\mathfrak{G}(R)$ contenant -1 et un groupe de congruence (groupe des éléments de $\mathfrak{G}(R)$ congrus à 1 modulo un idéal donné non nul de R). Alors, le principal résultat de [16] est que, *sous certaines hypothèses supplémentaires, toujours remplies par exemple dans le cas* (L), *ou dans le cas* (G) *si K est un corps de nombres algébriques qui n'est pas totalement réel, tout automorphisme β de H possède la propriété* (*).

7. – Dans ce numéro, où sont décrits quelques-uns des résultats de [2], $K = K'$ est une extension algébrique finie de $\mathbf{Q}$, S, R ont la même signification qu'en 6 (G), $R' = R$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}'$ sont des R-schémas en groupes semi-simples connexes, presque simples sur K, et r désigne le K-rang de $\mathfrak{G}$. En 7.1 et 7.2, on suppose $\mathfrak{G}$ simplement connexe ou $\mathfrak{G}'$ adjoint.

7.1. Soient $K = \mathbf{Q}$, $R = \mathbf{Z}$ et $\mathfrak{G}(\mathbf{Z}) \subset H \subset \mathfrak{G}(\mathbf{Q})$. Alors, *si $r \geqslant 2$, tout homomorphisme $\beta : H \to H' = \mathfrak{G}'(\mathbf{Q})$ tel que $\beta(\mathfrak{G}(\mathbf{Z}))$ soit Zariski-dense dans $\mathfrak{G}'$ possède la propriété* (*).

7.2. Soit $\mathfrak{G} = \mathfrak{G}'$ un schéma de Chevalley. Supposons $r \geqslant 2$ ou Card $S \geqslant 2$. Alors, *tout automorphisme β de $H = \mathfrak{G}(R)$ possède la propriété* (*). (Le théorème 4.3 de [2] donne une description plus précise de ces automorphismes).

7.3. Soient $R = \mathbf{Z}$, $K = \mathbf{Q}$. *Si l'algèbre de Lie de $\mathfrak{G}(\mathbf{R})$ n'a pas de facteur isomorphe à $\mathfrak{sl}(2, \mathbf{R})$, le groupe* Aut $\mathfrak{G}(\mathbf{Z})$/Int $\mathfrak{G}(\mathbf{Z})$ *est fini.* (Cf. le théorème 1.5 (ii) de [2], qui est d'ailleurs un peu plus général que ceci).

---

(1) Dans le cas (L), $\mathfrak{G}$ n'est pas nécessairement un schéma en groupe, mais il est toujours un R-foncteur-groupe au sens de [9].

Corps

8. – Soient K un corps de caractéristique $\neq 2$, non isomorphe à $\mathbf{F}_3$, V un espace vectoriel sur K, de dimension $n \geqslant 7$, $n \neq 8$, muni d'une forme quadratique Q non dégénérée, $\mathfrak{G}$ le "groupe orthogonal" $\mathfrak{O}(Q)$ et $H \subset \mathfrak{G}(K)$ un sous-groupe qui est soit le noyau de la norme spinorielle (dans $\mathfrak{O}^+(Q, K)$) soit le groupe dérivé de $\mathfrak{G}(K)$. Alors [15], *tout automorphisme β de H possède la propriété* (*). (Pour d'autres résultats, plus anciens, concernant les groupes classiques et, en particulier, les groupes orthogonaux $\mathfrak{G}(K)$ eux-mêmes, cf. [8]).

9. – Dans ce numéro, K et K' désignent des corps, $\mathfrak{G}$ (resp. $\mathfrak{G}'$) un groupe algébrique absolument presque simple défini sur K (resp. K'), G^+ le sous-groupe de $\mathfrak{G}(K)$ engendré par les sous-groupes de la forme $\mathfrak{A}(K)$, où $\mathfrak{A} \subset \mathfrak{G}$ est K-isomorphe au groupe additif, et H un sous-groupe de $\mathfrak{G}(K)$ contenant G^+. On suppose $\mathfrak{G}$ simplement connexe ou $\mathfrak{G}'$ adjoint.

9.1. *Tout homomorphisme $\beta : H \to \mathfrak{G}'(K')$ tel que $\beta(G^+)$ soit Zariski-dense dans $\mathfrak{G}'$ possède la propriété* (*) ([3], [4]). Remarquons que l'existence de β implique que K soit infini et que le groupe $\mathfrak{G}$ soit isotrope sur K ($G^+ \neq \{1\}$) ; en particulier, ce résultat ne redonne pas celui de E. Cartan [5] et B.L. van der Waerden [29] sur les groupes compacts (cf. n° 2), ni ceux qui concernent les groupes orthogonaux et unitaires (cf. par exemple le n° 8) lorsque les formes quadratiques et hermitiennes considérées sont anisotropes.

9.2. Supposons K et K' finis, non isomorphes à $\mathbf{F}_2$ et $\mathbf{F}_3$, et soit $\beta : H \to \mathfrak{G}(K')$ un homomorphisme tel que $\beta(H)$ contienne le groupe dérivé de $\mathfrak{G}'(K')$. Alors, *β possède la propriété* (*) *ou bien K et K' sont respectivement isomorphes à* $\mathbf{F}_4$ *et* $\mathbf{F}_5$ *et $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}'$ sont de type A_1 (isomorphes à $\mathfrak{SL}_2$ ou $\mathfrak{PSL}_2$).* C'est une conséquence immédiate des résultats de [1] (dûment complétés : cf. par exemple [27], 4.5) et [24]. Lorsqu'on n'exclut pas $\mathbf{F}_2$ et $\mathbf{F}_3$, quelques autres exceptions, bien connues, viennent s'ajouter (cf. par exemple [1], ou [27], tableau 4).

Application : une généralisation du "théorème fondamental de la géométrie projective".

10. – Pour $i = 1, 2$, soient K_i un corps commutatif, $\mathfrak{G}_i$ un groupe algébrique absolument simple adjoint défini sur K_i et de K_i-rang $\geqslant 2$ et P_i l'ensemble des K_i-sous-groupes paraboliques de $\mathfrak{G}_i$ ordonnés par inclusion. Alors ([28], théorème 5.8), *pour tout isomorphisme d'ensembles ordonnés $\pi : P_1 \to P_2$, il existe un isomorphisme $\sigma : K_1 \to K_2$ et une isogénie $\varphi : {}^{\sigma}\mathfrak{G}_1 \to \mathfrak{G}_2$ induisant π ; l'isogénie φ est un isomorphisme sauf peut-être si K est parfait de caractéristique* 2 *et $\mathfrak{G}_i$ est déployé de type B_n, C_n ou F_4, ou si K est parfait de caractéristique* 3 *et $\mathfrak{G}_i$ est déployé de type G_2.* Ce résultat généralise aussi un théorème bien connu de W.L. Chow (cf. [8], chap. III, § 4).

Groupes non semi-simples : exemples.

11. – Tous les groupes algébriques considérés plus haut étaient supposés semi-simples. Les exemples suivants illustrent quelques uns des phénomènes qui se présentent lorsqu'on abandonne cette hypothèse. Comme au n° 9, $\mathcal{G}$ (resp. $\mathcal{G}'$) désigne un groupe algébrique défini sur le corps commutatif K (resp. K').

11.1. Soit $K = K' = \mathbf{R}$ et soit $\mathcal{G} = \mathcal{G}'$ le groupe additif. Le groupe $\mathcal{G}(\mathbf{R})$ (qui est un espace vectoriel de dimension $2^{\aleph_0}$ sur $\mathbf{Q}$) possède $2^{2^{\aleph_0}}$ endomorphismes. Parmi eux, seuls les endomorphismes de la forme $x \to ax$ ($a \in \mathbf{R}$) sont semi-algébriques.

11.2. Soit $\mathcal{G}$ (resp. $\mathcal{G}'$) le groupe sur K (resp. K') produit semi-direct du groupe multiplicatif par le groupe additif pour l'opération usuelle du premier sur le second ("groupe des transformations affines $x \mapsto ax + b$"). Il est facile de voir que tout homomorphisme injectif de $\mathcal{G}(K)$ dans $\mathcal{G}'(K')$ est semi-algébrique.

11.3. Soit $K = K'$ et soit $\mathcal{G} = \mathcal{G}' = \mathcal{GL}_n \cdot \mathcal{M}_n$ le produit semi-direct du groupe $\mathcal{GL}_n$ par le groupe (algébrique) additif des matrices carrées d'ordre n sur lequel $\mathcal{GL}_n$ opère par conjugaison. On a donc, avec les notations usuelles, $\mathcal{G}(K) = GL_n(K) \,.\, M_n(K)$. Soit d une dérivation de K. Alors, il est facile de vérifier que l'application $\beta : \mathcal{G}(K) \to \mathcal{G}(K)$ définie par

$$\beta(x\,,y) = (x\,,x^{-1}\,.\;dx + y)$$

est un homomorphisme qui ne possède la propriété (*) que si d est nul. Remarquons que si $K = \mathbf{R}$ et si $d \neq 0$, la restriction de β au sous-groupe $GL_n(\mathbf{R})$ est une "section de Levi non continue" du groupe de Lie $\mathcal{G}(\mathbf{R})$.

BIBLIOGRAPHIE

Cette bibliographie, établie à l'aide d'une liste de références très complète obligeamment communiquée à l'auteur par O.T. O'Meara, porte essentiellement sur la période 1966-1970. Pour les travaux antérieurs nous renvoyons aux bibliographies de [8] (cf. essentiellement la littérature citée au chapitre IV) et [13], nous contentant ici de mentionner quelques articles qui n'y figurent pas.

[1] Artin E. — The orders of the classical simple groups, *Comm. Pure Appl. Math.*, 8, 1955, p. 455-472.

[2] Borel A. — On the automorphisms of certain subgroups of semi-simple Lie groups, *Proc. Bombay Colloquium on Algebraic Geometry*, 1968, p. 43-73.

[3] Borel A. and Tits J. — On « abstract » homomorphisms of simple algebraic groups, *Proc. Bombay Colloquium on Algebraic Geometry*, 1968, p. 75-82.

[4] Borel A. et Tits J. — Homomorphismes « abstraits » de groupes algébriques semi-simples, *Ann. of Math.*, à paraître.

[5] CARTAN E. — Sur les représentations linéaires des groupes clos, *Comm. Math. Helv.*, 2, 1930, p. 269-283
[6] COHN P.M. — On the structure of the GL_2 of a ring, *Inst. Hautes Etudes Sci. Publ. Math.* 30, 1966, p. 5-53.
[7] COHN P.M. — Automorphisms of two-dimensional linear groups over Euclidean domains, *J. London Math. Soc.* (2), 1, 1969, p. 279-292.
[8] DIEUDONNÉ J. — *La géométrie des groupes classiques,* Second Edition, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1963.
[9] DEMAZURE M. et GABRIEL P. — *Groupes algébriques I,* Masson, Paris, 1970.
[10] DULL M.H. — On the automorphisms of the two-dimensional linear groups over integral domains, *University of Notre Dame thesis,* 1969.
[11] FREUDENTHAL H. — Die Topologie der Lieschen Gruppen als algebraisches Phänomen I, *Ann. of Math* (2) 42, 1941, p. 1051-1074. Erratum ibid. 47, 1946, p. 829-830.
[12] HUMPHREYS J.E. — On the automorphisms of infinite Chevalley groups, *Canadian J. Math.*, 21, 1969, p. 908-911.
[13] O.MEARA O.T. — The automorphisms of the linear groups over any integral domain, *J. reine angew. Math.* 223, 1966, p. 56-100.
[14] O'MEARA O.T. — The automorphisms of the standard symplectic group over any integral domain, *J. reine angew. Math.*, 230, 1968, p. 104-138.
[15] O'MEARA O.T. — The automorphisms of the orthogonal groups $\Omega_n(V)$ over fields, *Amer. J. Math* 90, 1968, p. 1260-1306.
[16] O'MEARA O.T. — The automorphisms of the orthogonal groups and their congruence subgroups over arithmetic domains, *J. reine angew. Math.* 238, 1969, p. 169-206.
[17] O'MEARA O.T. — Group-theoretic characterization of transvections using CDC, *Math. Zeit* 110, 1969, p. 385-394.
[18] O'MEARA O.T. and ZASSENHAUS H. — The automorphisms of the linear congruence groups over Dedekind domains, *J. Number Theory* 1, 1969, p. 211-221.
[19] REINER I. — Automorphisms of the symplectic modular group, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 80, 1955, p. 35-50.
[20] SOLAZZI R.E. — The automorphisms of certain subgroups of $PGL_n(V)$, *University of Notre Dame thesis,* 1969.
[21] SOLAZZI R.E. — The automorphisms of the symplectic congruence groups, preprint.
[22] SPIEGEL E. — On the automorphisms of the unitary group over a field of characteristic 2, *Amer. J. Math.*, 89, 1967, p. 43-50.
[23] SPIEGEL E. — On the automorphisms of the projective unitary group over a field of characteristic 2, *Amer. J. Math.*, 89, 1967, p. 51-55.
[24] STEINBERG R. — Automorphisms of finite linear groups, *Canadian J. Math.*, 12, 1960, p. 606-615.
[25] STEINBERG R. — Representations of algebraic groups, *Nagoya Math. J.*, 22, 1963, p. 33-56.
[26] STEINBERG R. — Lectures on Chevalley groups, *Yale University lecture notes,* 1967.
[27] TITS J. — Groupes simples et géométries associées, *Proc. Intern. Congress Math.*, Stockholm, 1962, p. 197-221.
[28] TITS J. — Buildings of spherical types and finite BN-pairs of rank $\geqslant 3$, *Springer Lecture Notes,* à paraître.
[29] WAERDEN B.L. v. d. — Stetigkeitssätze für halb-einfache Liesche Gruppen, *Math. Zeit,* 36, 1933, p. 780-786.

[30] WONENBURGER M.J. — The automorphisms of the group of rotations and its projective group corresponding to quadratic forms of any index, *Canadian J. Math.*, 15, 1963, p. 302-303.

[31] WONENBURGER M.J. — The automorphisms of $U_n^+(k, f)$ and $PU_n^+(k, f)$, *Rev. Mat. Hisp.-Amer.*, (4), 24, 1964, p. 52-65.

[32] XU C.-H. — On the automorphisms of orthogonal groups over perfect fields of characteristic 2, *Chinese Math.*, 8, 1966, p. 475-523.

[33] ZASSENHAUS H. — Characterization of unipotent matrices, *J. Number Theory,* 1, 1969, p. 222-230.

Mathematisches Institut der Universitat Bonn
Wegelerstrasse 10,
53. Bonn (République Fédérale Allemande)

Innovations in Incidence Geometry

msp.org/iig

See inside back cover or msp.org/iig for submission instructions.

The subscription price for 2019 is US $275/year for the electronic version, and $325/year (+$20, if shipping outside the US) for print and electronic. Subscriptions, requests for back issues and changes of subscriber address should be sent to MSP.

Innovations in Incidence Geometry: Algebraic, Topological and Combinatorial (ISSN 2640-7345 electronic, 2640-7337 printed) at Mathematical Sciences Publishers, 798 Evans Hall #3840, c/o University of California, Berkeley, CA 94720-3840 is published continuously online. Periodical rate postage paid at Berkeley, CA 94704, and additional mailing offices.

IIG peer review and production are managed by EditFlow® from MSP.

PUBLISHED BY

mathematical sciences publishers

nonprofit scientific publishing

http://msp.org/

Innovation in Incidence Geometry

Vol. 16 No. 1 2018

Complement to the Collected Works of
Jacques Tits

edited by Bernhard Mühlherr and Hendrik Van Maldeghem

This volume contains 31 writings of Jacques Tits that were not included in his four-volume *Œuvres – Collected Works*, published by the European Mathematical Society in 2013 in the series Heritage of European Mathematics.