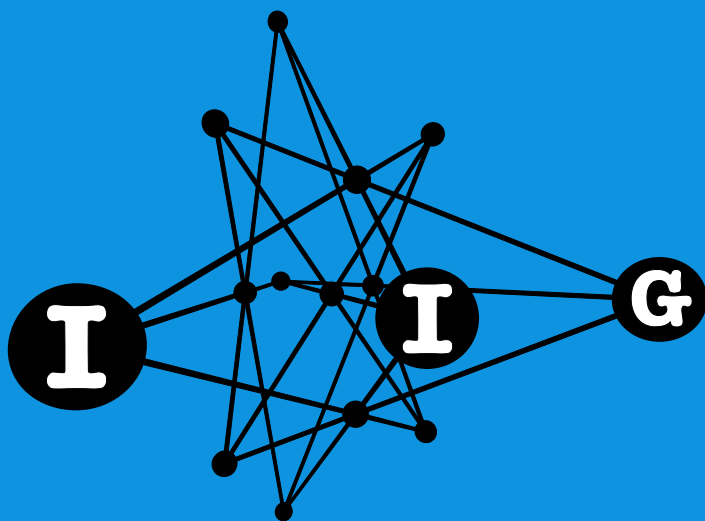


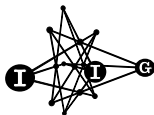
Innovations in Incidence Geometry

Algebraic, Topological and Combinatorial



**Exposé sur les mathématiques, fait à l'occasion
du 450e anniversaire du Collège de France**

Jacques Tits



Exposé sur les mathématiques, fait à l'occasion du 450e anniversaire du Collège de France

Jacques Tits

[118] Originally published in the *Comptes Rendus de la réunion extraordinaire de l'assemblée des professeurs*, Collège de France, October 1981, pp. 9–11.
Reused with permission.

Exposé de M. Jacques TITS
titulaire de la chaire de
Théorie des Groupes

Je dois aujourd'hui vous présenter en quelques mots une science très ancienne, les mathématiques, plus spécifiquement ce qu'il est convenu d'appeler les mathématiques pures. J'ai choisi comme premier thème un aspect essentiel de cette discipline (un peu obscurci ces derniers temps par le faux débat sur les prétendues « mathématiques modernes »), à savoir la continuité historique : il n'y a pas, en mathématiques, de résultat de quelque importance qui n'ait de profondes racines dans le passé. J'en donnerai trois exemples.

Le premier est celui de la géométrie non-euclidienne. Voilà un sujet qui a sa source dans l'Antiquité, qui a passionné les mathématiciens du siècle dernier et qui n'était plus considéré, il y a vingt ans, que comme une simple curiosité. Il est remarquable que l'un des développements les plus considérables de ces dernières années - son objet est la topologie des variétés à trois dimensions - a fait revivre de façon spectaculaire cette branche presque oubliée de la géométrie.

Mon deuxième exemple est l'oeuvre de Galois. Elle était à certains égards un achèvement, puisqu'elle apportait une solution quasi définitive au vieux problème de la résolution d'équations algébriques par radicaux. Mais, en créant - j'aimerais mieux dire en découvrant - à cette occasion la notion de groupe, Galois fondait une branche nouvelle des mathématiques et ouvrait la voie à des questions telles que celle-ci (en termes un peu naïfs) : « Peut-on décrire tous les

groupes existants ? » Une version plus raisonnable de cette question, la classification de ce que l'on appelle les « groupes finis simples », qui a occupé depuis une trentaine d'années de nombreux mathématiciens, a été achevée cet été. Elle a mis en lumière des objets miraculeux, les « groupes sporadiques », dont Galois ne pouvait avoir idée, et qui seront certes, à leur tour, l'objet de nouveaux développements et de nombreuses investigations.

Mon troisième exemple sera celui des conjectures de Weil, dont la preuve a valu à Pierre Deligne, en 1978, la distinction la plus prestigieuse attribuée à des mathématiciens, j'ai nommé la médaille Fields. Ces conjectures concernent le nombre de solutions de certaines congruences algébriques, un problème très étudié depuis Gauss, et lié à l'analyse diophantienne, c'est-à-dire à la recherche de solutions entières d'équations algébriques. Comme son nom l'indique, cette science date elle aussi de l'Antiquité. D'un point de vue plus général, la théorie des nombres entiers, qui sont en somme la plus ancienne découverte scientifique de l'humanité, garde en mathématiques un rôle privilégié. Pour une notion ou un résultat quel qu'il soit, avoir des applications à la théorie des nombres reste un critère de qualité des plus sûrs.

Cette remarque m'amène au deuxième point de ma présentation. Qu'est-ce qui décide, en mathématiques, de l'intérêt ou de la valeur de telle notion ou de telle théorie ? Il y aurait beaucoup d'éléments à citer. Dans la conscience du mathématicien, les principaux sont peut-être les liens avec le passé, la difficulté du cheminement et, en contraste, la simplicité et la beauté du résultat. Il faut aussi parler du critère de l'utilité, certes très important, mais d'un maniement délicat voire dangereux. S'il avait de tous temps déterminé le choix des mathématiciens, la plupart des notions actuellement les plus utilisées n'auraient pas vu le jour. Les exemples abondent : géométries de Riemann, devenues essentielles en Relativité ; espaces vectoriels de dimension infinie, nécessaires au formalisme de la mécanique quantique ; spi-

neurs, introduits indépendamment de la physique par le mathématicien Elie Cartan et redécouvert, il est vrai, par des physiciens ; l'un de ces groupes sporadiques mentionnés plus haut, groupe dit « de Mathieu », que l'on pouvait considérer comme une pure curiosité mathématique jusqu'au moment où il a été utilisé comme outil de codage lors de la mission Apollo ; etc. Ce que je viens de dire vaut d'ailleurs aussi bien pour l'utilité au sein des mathématiques que pour les applications aux autres sciences. Qu'il me soit permis d'évoquer à ce propos mon expérience personnelle. Ceux de mes résultats les plus souvent cités et utilisés sont le fruit de recherches commencées à une époque où j'étais peu informé des principaux courants de la pensée mathématique, et inspirées par une science alors assez démodée, la géométrie projective : j'étais loin de me douter à l'époque du genre d'applications que mes recherches auraient quelques années après.

Je conclurai par deux observations d'ordre général.

Je suis souvent frappé, c'est pourquoi j'en parle ici, par le fait que les mathématiques sont une science heureuse, qui n'a pas, je crois, connu de crise sérieuse depuis des siècles, et dont les années maigres sont rares.

Pour terminer, je voudrais souligner le caractère éminemment universel, donc international, de notre science. Les obstacles de langage, d'équipement coûteux, de documentation localisée n'existent pas pour nous, et chacun de nous a ses interlocuteurs les plus proches aux quatre coins du monde. Il est vrai qu'il peut à certains moments exister des écoles nationales, mais elles cessent vite de l'être dans la mesure même de leur succès : c'est le sort heureux qu'a eu l'école française de la fin des années trente et de l'immédiat après-guerre. Mais, s'il ne peut y avoir d'école nationale à la fois réussie et durable, il y a de grandes différences de niveau dans l'activité mathématique des différents pays ; à cet égard, la France a eu, de longue tradition, une place de choix, et elle la conserve aujourd'hui.

Innovations in Incidence Geometry

msp.org/iig

MANAGING EDITOR

Tom De Medts	Ghent University tom.demedts@ugent.be
Linus Kramer	Universität Münster linus.kramer@wwu.de
Klaus Metsch	Justus-Liebig Universität Gießen klaus.metsch@math.uni-giessen.de
Bernhard Mühlherr	Justus-Liebig Universität Gießen bernhard.m.muehlherr@math.uni-giessen.de
Joseph A. Thas	Ghent University thas.joseph@gmail.com
Koen Thas	Ghent University koen.thas@gmail.com
Hendrik Van Maldeghem	Ghent University hendrik.vanmaldeghem@ugent.be

HONORARY EDITORS

Jacques Tits
Ernest E. Shult †

EDITORS

Peter Abramenko	University of Virginia
Francis Buekenhout	Université Libre de Bruxelles
Philippe Cara	Vrije Universiteit Brussel
Antonio Cossidente	Università della Basilicata
Hans Cuypers	Eindhoven University of Technology
Bart De Bruyn	University of Ghent
Alice Devillers	University of Western Australia
Massimo Giulietti	Università degli Studi di Perugia
James Hirschfeld	University of Sussex
Dimitri Leemans	Université Libre de Bruxelles
Oliver Lorscheid	Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA)
Guglielmo Lunardon	Università di Napoli “Federico II”
Alessandro Montinaro	Università di Salento
James Parkinson	University of Sydney
Antonio Pasini	Università di Siena (emeritus)
Valentina Pepe	Università di Roma “La Sapienza”
Bertrand Rémy	École Polytechnique
Tamás Szonyi	ELTE Eötvös Loránd University, Budapest

PRODUCTION

Silvio Levy (Scientific Editor)
production@msp.org


See inside back cover or msp.org/iig for submission instructions.

The subscription price for 2019 is US \$275/year for the electronic version, and \$325/year (+\$20, if shipping outside the US) for print and electronic. Subscriptions, requests for back issues and changes of subscriber address should be sent to MSP.

Innovations in Incidence Geometry: Algebraic, Topological and Combinatorial (ISSN 2640-7345 electronic, 2640-7337 printed) at Mathematical Sciences Publishers, 798 Evans Hall #3840, c/o University of California, Berkeley, CA 94720-3840 is published continuously online. Periodical rate postage paid at Berkeley, CA 94704, and additional mailing offices.

IIG peer review and production are managed by EditFlow® from MSP.

PUBLISHED BY

 **mathematical sciences publishers**
nonprofit scientific publishing

<http://msp.org/>

© 2019 Mathematical Sciences Publishers

Innovation in Incidence Geometry

Vol. 16 No. 1

2018

Complement to the Collected Works of Jacques Tits

edited by Bernhard Mühlherr and Hendrik Van Maldeghem

This volume contains 31 writings of Jacques Tits that were not included in his four-volume *Œuvres – Collected Works*, published by the European Mathematical Society in 2013 in the series *Heritage of European Mathematics*.

